×I36×

ECOLE SUPERIEURE MILITAIRE DE SAINT-CYR (Option sciences) 1977
MATHEMATIQUES (Epreuve B - 4 h)

Premier problème

I. $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $I(n) = \lim_{X \to +\infty} \int_0^X \frac{dx}{ch^n x}$ notée $I(n) = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{ch^n x}$

$ch\,x$ désignant le cosinus hyperbolique de x (on rappelle que $ch\,x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$)

1°) $I(n)$ est-elle définie pour toute valeur de n ?

2°) Calculer $I(1)$ et $I(2)$.

3°) Etablir une relation de récurrence entre $I(n)$ et $I(n-2)$ et en déduire la valeur prise par $I(n)$ pour une valeur quelconque de n (on explicitera cette valeur en fonction de n).

II. $n \in \mathbb{N}^*$; $m \in \mathbb{N}$ et $n > m$; on pose $J(n,m) = \lim_{X \to +\infty} \int_0^X \frac{sh^m x}{ch^n x}\,dx = \int_0^{+\infty} \frac{sh^m x}{ch^n x}\,dx$

1°) Etablir une relation de récurrence entre $J(n,m)$ et $J(n-2, m-2)$ pour $n \geqslant 3$ et $m \geqslant 2$.

2°) Calculer en fonction de n : $J(n,0)$; $J(n,1)$; $J(n,2)$

3°) Donner la valeur de $J(n,m)$ pour n et m quelconques $(n > m)$

III. $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $u_n = \lim_{X \to +\infty} \int_{\text{Log}\,2}^X \frac{dx}{ch^n x} = \int_{\text{Log}\,2}^{+\infty} \frac{dx}{ch^n x}$ (la notation Log représente le logarithme népérien).

Montrer que la série de terme général u_n est convergente et que sa somme est 2.

IV. On pose enfin, pour $n \in \mathbb{N}^*_{n>1}$, $v_n = \lim_{X \to +\infty} \int_{\text{Log}\,2}^X \frac{sh\,x\,dx}{ch^n x} = \int_{\text{Log}\,2}^{+\infty} \frac{sh\,x\,dx}{ch^n x}$

Montrer que la série de terme général v_n est convergente et que sa somme est Log 5

Deuxième problème

Dans l'espace rapporté au repère orthonormé $O; \vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}$ on considère l'hyperbole (H) d'équations

$x = a \qquad y^2 - z^2 = b^2 \qquad a$ et b mesures de longueurs données

1°) Déterminer l'équation de la surface (S) engendrée par une droite (D) assujettie à rencontrer l'axe $O; \vec{k}$ et l'hyperbole (H), et à rester parallèle au plan $\vec{i}, \vec{j}$

2°) Etudier les sections de (S) par des plans parallèles au plan $\vec{j}, \vec{k}$. Ces sections sont des hyperboles ; déterminer le lieu de leurs sommets et le lieu de leurs foyers

3°) Etudier les sections de (S) par des plans parallèles au plan $\vec{i}, \vec{k}$. Ces sections présentent des points d'inflexion ; déterminer le lieu de ces points d'inflexion.

4°) Les coordonnées d'un point mobile M sont données, à la date t, par

$x = kt \qquad y = \frac{kbt^3}{a\sqrt{t^4 - c^4}} \qquad z = \frac{bc^2}{\sqrt{t^4 - c^4}} \qquad k$ et c réels donnés

Vérifier que la trajectoire (C) de M est tracée sur (S) et que le vecteur accélération du point M est, à chaque instant, dans le plan tangent en M à (S)

Cette dernière propriété dépend-elle de la loi horaire du mouvement, la trajectoire restant (C) ?

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail